

АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА – септембар 2008.

Теорија

- (а) (1 поен) Дефинисати угао ϕ између праве p и равни α и написати одговарајућу формулу за угао ϕ преко вектора правца праве p и вектора нормале равни α .
(б) (2 поена) Израчунати угао између праве $p: \frac{x+7}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$ и равни $\alpha: 2x - y + 1 = 0$.
- (а) (1 поен) Написати дефиницију сферног координатног система као и дефиницију координата тачке у овом систему.
(б) (2 поена) Наћи везе између координата произвољне тачке у сферном и одговарајућем Декартовом координатном систему, као и њима инверзне везе.
- (а) (2 поена) Написати канонске једначине и скицирати следеће површи 2. реда: елипсоид, елиптички параболоид и једна права.
(б) (2 поена) Извести једначину једнокрилног хиперболоида коришћењем генератриса и директриса.

Задаци

- (5 поена) Нека је D тачка странице BC троугла $\triangle ABC$ таква да важи $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{4}$ и нека је тачка E пресек дужи AD и тежишне дужи из темена C датог троугла. Одредити однос у ком тачка E дели поменути тежишну дуж и дуж AD . Одредити затим однос површина троуглова $\triangle AEC$ и $\triangle ADC$.
- (4 поена) Дата је коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Афини координатни систем $Axyz$ има почетак у A и координатне векторе $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ и $\vec{c} = \overrightarrow{AA_1}$. Афини координатни систем $Mx'y'z'$ има почетак у тачки M која представља средиште ивице AA_1 и координатне векторе $\vec{a}' = \overrightarrow{MB}$, $\vec{b}' = \overrightarrow{MD}$ и $\vec{c}' = \overrightarrow{MS}$, где је S средиште стране $A_1 B_1 C_1 D_1$. Изразити координате (x, y, z) у систему $Axyz$ преко координата (x', y', z') у систему $Mx'y'z'$.
- (4 поена) Одредити једначину равни која садржи пресек правих $p: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{2}$ и $q: \frac{x+1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ и паралелна је равни $\alpha: 2x + y + z + 1 = 0$. Израчунати затим растојање између равни α и добијене равни.
- (4.5 поена) Одредити једначину криве другог реда ако су задате директриса $x + y + 5 = 0$ и жиже $F_1(0, -3)$, $F_2(2, -1)$.
- (4 поена) Изометријском трансформацијом површ другог реда $-x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2z - 9 = 0$ свести на канонски облик и написати формуле добијене трансформације.
- (4.5 поена) Одредити једначину кружног цилиндра чије су оса и једна изводница редом праве $o: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ и $i: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{-1}$.
- (4 поена) Одредити растојање између два места на Земљи (полупречника R) која су дата са $A: 30^\circ$ северне ширине, 30° западне дужине и $B: 30^\circ$ јужне ширине, 30° источне дужине.